



2011年 第7問

7 数列  $\{a_n\}$  の一般項を

$$a_n = \int_0^{n\pi} e^{-x} \sin x dx \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定めるとき、以下の問いに答えよ。

(1)  $\sin x = (-\cos x)'$  を用いた部分積分法により、

$$a_n = A_n - \int_0^{n\pi} e^{-x} \cos x dx \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

となるとき  $A_n$  を求めよ。(2) (1) で求めた  $A_n$  について、 $a_n = \frac{A_n}{2}$  が成り立つことを示せ。(3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  を求めよ。