

2013年第1問

1 次の問いに答えよ。

(1)  $t = \tan \frac{x}{2}$  とおくと、次の等式が成り立つことを示せ。

$$(i) \sin x = \frac{2t}{1+t^2} \quad (ii) \cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \quad (iii) \tan x = \frac{2t}{1-t^2}$$

(2)  $a, b$  を実数とする。  $x$  を未知数とする方程式  $a \sin x + b \cos x + 1 = 0$  が、  $-\pi < x < \pi$  の範囲に異なる二つの解をもつとする。(i)  $a, b$  の満たすべき条件を求めよ。(ii) 二つの解を  $\alpha, \beta$  とするとき、  $\tan \frac{\alpha + \beta}{2}$  を  $a, b$  を用いて表せ。

(3) 次の定積分を求めよ。

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin x + \cos x + 1} dx$$