2014年 薬学部 第4問

数理 石井K

$\boxed{4}$ 次の問いに答えよ．

（1）数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n = \dfrac{n}{2n+1}$ （$n = 1, 2, 3, \cdots$）で与えられている．一般項を求めると $a_n = \boxed{\text{コ}}$ である．

（2）等比数列において，初項から第 n 項までの和が 27，初項から第 $2n$ 項までの和が 36 であった．第 $2n+1$ 項から第 $3n$ 項までの和は $\boxed{\text{サ}}$ である．

(1) $S_{n+1} = \dfrac{n+1}{2n+3}$

$-)\ S_n = \dfrac{n}{2n+1}$

$a_{n+1} = \dfrac{n+1}{2n+3} - \dfrac{n}{2n+1}$

$\therefore\ a_{n+1} = \dfrac{1}{(2n+3)(2n+1)}$

$\therefore\ a_n = \dfrac{1}{4n^2-1}$ // これは $a_1 = S_1 = \frac{1}{3}$ も含んでいる．

(2) $S_n = \dfrac{a(1-r^n)}{1-r} = 27 \quad \cdots ①$

$S_{2n} = \dfrac{a(1-r^{2n})}{1-r} = 36 \quad \cdots ②$

② ÷ ① より $\dfrac{(1-r^n)(1+r^n)}{1-r^n} = \dfrac{36}{27}$ $\quad \therefore\ r^n = \dfrac{1}{3}$ $\quad$ ① より， $\dfrac{a}{1-r} = \dfrac{81}{2}$

$$\therefore\ S_{3n} - S_{2n} = \frac{a(1-r^{3n})}{1-r} - \frac{a(1-r^{2n})}{1-r}$$

$$= \frac{a}{1-r}\left\{1-r^{3n}-(1-r^{2n})\right\}$$

$$= \frac{81}{2} \times \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{27}\right)$$

$$= 3$$ //