

2013年工学域(中期)第5問

5  $g(x) = \sin^3 x$ とおき,  $0 < \theta < \pi$ とする.  $x$ の2次関数  $y = h(x)$ のグラフは原点を頂点とし,  $h(\theta) = g(\theta)$ を満たすとする. このとき, 曲線  $y = g(x)$  ( $0 \leq x \leq \theta$ )と直線  $x = \theta$ および  $x$ 軸で囲まれた図形の面積を  $G(\theta)$ とおく. また, 曲線  $y = h(x)$ と直線  $x = \theta$ および  $x$ 軸で囲まれた図形の面積を  $H(\theta)$ とおく. このとき, 以下の問いに答えよ.

(1)  $H(\theta)$ を求めよ.

(2)  $G(\theta) = \frac{1}{3}(1 - \cos \theta)^2(2 + \cos \theta)$ を証明せよ.

(3)  $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{G(\theta)}{H(\theta)}$ を求めよ.