



2011年医学部第4問

4 関数  $f(x) = -\frac{1}{2x} + \tan x$ ,  $g(x) = x \cos(x^2)$  について以下の問いに答えよ.

- (1)  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  の範囲にある  $\alpha$  で  $f(\alpha) = 0$  となるものがただひとつ存在することを示せ.
- (2) 閉区間  $\left[ 0, \sqrt{\frac{\pi}{2}} \right]$  における  $g(x)$  の増減表を書け. 必要ならば (1) の  $\alpha$  を用いてよい.
- (3)  $0 < \beta < \sqrt{\frac{\pi}{2}}$  の範囲にあり  $g'(\beta) = 0$  を満たす  $\beta$  を (1) の  $\alpha$  を用いて表せ. また  $g(x) = x \cos(x^2)$  ( $0 \leq x \leq \beta$ ) の逆関数を  $h(x)$  とする. このとき  $y = g(x)$  のグラフと  $y = h(x)$  のグラフの関係に注意して, 定積分  $\int_0^{g(\beta)} h(x) dx$  を  $\alpha$  を用いて表せ.