



2011年医学部第4問

4 関数 $f(x) = -\frac{1}{2x} + \tan x$, $g(x) = x \cos(x^2)$ について以下の問いに答えよ.

- (1) $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ の範囲にある α で $f(\alpha) = 0$ となるものがただひとつ存在することを示せ.
- (2) 閉区間 $\left[0, \sqrt{\frac{\pi}{2}}\right]$ における $g(x)$ の増減表を書け. 必要ならば (1) の α を用いてよい.
- (3) $0 < \beta < \sqrt{\frac{\pi}{2}}$ の範囲にあり $g'(\beta) = 0$ を満たす β を (1) の α を用いて表せ. また $g(x) = x \cos(x^2)$ ($0 \leq x \leq \beta$) の逆関数を $h(x)$ とする. このとき $y = g(x)$ のグラフと $y = h(x)$ のグラフの関係に注意して, 定積分 $\int_0^{g(\beta)} h(x) dx$ を α を用いて表せ.