

2017年理系第4問

4 曲線  $y = \frac{1}{x}$  ( $x > 0$ ) を  $C$  とする. 自然数  $n$  に対して, 点  $P_n \left( n, \frac{1}{n} \right)$  における曲線  $C$  の接線を  $l_n$  とする. また, 2 直線  $l_n, l_{n+1}$  と曲線  $C$  で囲まれた図形の面積を  $S_n$  とする. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1)  $l_n$  と  $l_{n+1}$  の交点を求めよ.
- (2)  $S_n$  を求めよ.
- (3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^3 S_n$  を求めよ. ただし, 必要があれば次の不等式を証明せずに用いてもよい.

$$x > 0 \text{ のとき } x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 < \log(1+x) < x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3$$