

2014年工学部第2問

2 座標平面において，行列  $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{4} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$  が表す移動（1次変換）を  $f$  とし，直線  $x + 2y = 1$  を  $l$  とする．次に答えよ．

- (1) 点  $P(p_1, p_2)$  が  $f$  によって移る点を  $Q(q_1, q_2)$  とする． $P$  が  $l$  上の点のとき， $Q$  は  $l$  上にあることを示せ．  
 (2)  $l$  上の点  $R$  は  $f$  によって  $R$  自身に移る．

(i)  $R$  の座標を求めよ．

(ii)  $R$  と異なる  $l$  上の点  $P$  が  $f$  によって点  $Q$  に移るとき， $\frac{|\overrightarrow{RQ}|}{|\overrightarrow{RP}|}$  を求めよ．

(3) 数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  を

$$a_1 = 1, \quad b_1 = 0, \quad \begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定める． $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  の一般項を求めよ．さらに  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$  を求めよ．