

2018年理系第3問

3 複素数 z と共役な複素数を \bar{z} で表し、 i を虚数単位とする。また、複素数平面上で、 $1+i$ を表す点を P とする。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 複素数 z の実部は $\frac{1}{2}(z + \bar{z})$ に等しいことを示せ。
(2) $(1+i)z$ の実部が 1 であるような任意の複素数 z に対して、次の等式を満たす実数 t が存在することを示せ。

$$z = \frac{1-i}{2} + (1+i)t$$

- (3) 0 でない複素数 w が複素数平面における中心 P 、半径 $\sqrt{2}$ の円周上の点であるとする。 $\frac{1+i}{w}$ の実部の値を求めよ。
(4) 複素数 z に対して $2(1+i)z$ の実部が 1 であるとき、 $\frac{1}{z}$ は複素数平面における中心 P 、半径 $\sqrt{2}$ の円周上にあることを示せ。