

2012年理系第3問

3 行列  $A, B$  を  $A = \begin{pmatrix} a-b & -b \\ b & a+b \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -b & -b \\ b & b \end{pmatrix}$  によって定める. ただし,  $a, b$  は定数で  $b \neq 0$  とする. 行列  $A$  および  $B$  で表される 1 次変換をそれぞれ  $f, g$  とする. また, 点  $P(1, 2)$  の  $g$  による像を  $Q$  とし, 点  $P$  を通り, 方向ベクトルが  $\overrightarrow{OQ}$  である直線を  $l$  とする. ただし,  $O$  は原点を表す.

- (1) 点  $Q$  の  $g$  による像を求めよ.
- (2) 点  $P$  の  $f$  による像  $R$  が直線  $l$  上にあれば,  $a = 1$  であることを示せ.
- (3)  $a = 1$  のとき, 直線  $l$  上のすべての点は  $f$  により  $l$  上に移ることを示せ.