

2013年工学域(中期)第5問

5 $g(x) = \sin^3 x$ とおき, $0 < \theta < \pi$ とする. x の2次関数 $y = h(x)$ のグラフは原点を頂点とし, $h(\theta) = g(\theta)$ を満たすとする. このとき, 曲線 $y = g(x)$ ($0 \leq x \leq \theta$)と直線 $x = \theta$ および x 軸で囲まれた図形の面積を $G(\theta)$ とおく. また, 曲線 $y = h(x)$ と直線 $x = \theta$ および x 軸で囲まれた図形の面積を $H(\theta)$ とおく. このとき, 以下の問いに答えよ.

(1) $H(\theta)$ を求めよ.

(2) $G(\theta) = \frac{1}{3}(1 - \cos \theta)^2(2 + \cos \theta)$ を証明せよ.

(3) $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{G(\theta)}{H(\theta)}$ を求めよ.