

2017年理系第3問

3 数列 $\{a_n\}$ を次の条件によって定める.

$$a_1 = 3, \quad a_{n+1} = \frac{a_n}{2} + \frac{3}{a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) n は自然数とする. 不等式 $a_n > \sqrt{6}$ を証明せよ.
- (2) n は自然数とする. 不等式 $a_{n+1} - \sqrt{6} < \frac{1}{4}(a_n - \sqrt{6})^2$ を証明せよ.
- (3) 数列 $\{a_n\}$ の収束, 発散について調べ, 極限があればその極限を求めよ.