

2017年理系第4問

4 曲線 $y = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) を C とする. 自然数 n に対して, 点 $P_n \left(n, \frac{1}{n} \right)$ における曲線 C の接線を l_n とする. また, 2 直線 l_n, l_{n+1} と曲線 C で囲まれた図形の面積を S_n とする. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) l_n と l_{n+1} の交点を求めよ.
- (2) S_n を求めよ.
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} n^3 S_n$ を求めよ. ただし, 必要があれば次の不等式を証明せずに用いてもよい.

$$x > 0 \text{ のとき } x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{4}x^4 < \log(1+x) < x - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3$$