富山大学

2011年 理学部（数学）第3問

$\boxed{3}$ 平面内の2つの単位ベクトル $\vec{a}$ と $\vec{b}$ に対して

$$\vec{v} = \frac{1}{2\sin\frac{\theta}{2}}(\vec{b} - \vec{a})$$

とおく．ただし，θ は $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角であり，$0 < \theta < \pi$ とする．このとき，次の問いに答えよ．

(1) 内積 $\vec{a}\cdot\vec{v}$ と $\vec{b}\cdot\vec{v}$ を θ を用いて表せ．

(2) $\vec{x}$ を，$\vec{a}$ に垂直で，$\vec{x}\cdot\vec{b} > 0$ をみたす単位ベクトルとする．このとき $\vec{x}$ を $\vec{a}$ と $\vec{v}$ を用いて表せ．

(3) $\theta = \frac{\pi}{6}$ のとき，$\vec{a}\cdot\vec{v}$ の値を求めよ．