山形大学

2016年 理学部（数理）第3問

3 数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1 = -1, \quad a_{n+1} = 2a_n + 3n - 3 \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

で定められているとき，次の問に答えよ．

(1) $b_n = a_n + 3n$ $(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ とする．このとき，b_{n+1} と b_n の関係式を求めよ．

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ．

(3) すべての自然数 n に対し，$a_n \neq 0$ であることを示せ．

(4) 次の式で定められる数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ．

$$c_1 = 8, \quad c_{n+1} = \frac{c_n}{nc_n + 1} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

(5) 次の式で定められる数列 $\{d_n\}$ の一般項を求めよ．

$$d_1 = -8, \quad d_{n+1} = \frac{a_{n+1}d_n}{nd_n + a_n} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$