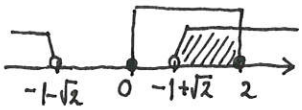
龍谷大学

2014年 理系 第1問

数理 石井K

1 次の問いに答えなさい．



(1) 次の連立不等式を解きなさい．

$$\begin{cases} x^2+2x>1 \\ |x-1| \leqq 1 \end{cases}$$

(1)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x>-1+\sqrt{2},\ x<-1-\sqrt{2} \\ 0 \leqq x \leqq 2 \end{cases}$$

$\therefore\ \underline{-1+\sqrt{2}<x \leqq 2}$ //

(2) 無限級数

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \sin\frac{n\pi}{2} = \frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2^2}\sin\frac{2\pi}{2} + \frac{1}{2^3}\sin\frac{3\pi}{2} + \cdots$$

の和を求めなさい．

(3) 関数 $f(x)=e^x\cos x$ の導関数 $f'(x)$ を求めなさい．また，実数 α，β を使って，$f'(x)=\alpha e^x\cos(x+\beta)$ の形に表しなさい．ただし，$\alpha>0$，$0 \leqq \beta < 2\pi$ とする．

(2) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}\sin\frac{n\pi}{2}$

$\sin\frac{k\pi}{2}$

kが偶数だと0になる．

$k=4m+1 \Rightarrow 1$

$k=4m+3 \Rightarrow -1$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^5} - \frac{1}{2^7} + \cdots \quad \left(\text{初項 } \frac{1}{2},\ \text{公比 } -\frac{1}{4}\right)$$

$$= \frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{4}}$$

$$= \underline{\frac{2}{5}}$$ //

(3) $f'(x) = e^x\cos x + e^x\cdot(-\sin x)$

$$= \underline{e^x(\cos x - \sin x)}$$ //

また，$f'(x) = e^x\cdot\sqrt{2}\left(\cos x\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} - \sin x\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$$= \underline{\sqrt{2}e^x\cdot\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)}$$ //