

2014年理系第2問

2 $a > 0, b > 0$ とし、座標平面上の楕円 $K: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 上の2点

$$A(a \cos \theta, b \sin \theta), \quad B\left(a \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right), b \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)\right)$$

のそれぞれにおける K の接線を l, m とする。ただし、 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ とする。2直線 l と m の交点を $C(c, d)$ とし、さらに2点 $D\left(a \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right), 0\right), E(c, 0)$ をとる。台形 $CBDE$ の面積を S とする。次の問いに答えよ。

- (1) c および d を a, b, θ を用いて表せ。
- (2) S を a, b, θ を用いて表せ。
- (3) θ が $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ の範囲を動くときの S の最大値、および、 S が最大値をとるときの m の傾きを a, b を用いて表せ。