

2018年 環境科学部・工学部 第3問

3 各辺の長さが1の正四面体OABCにおいて、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ 、 $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする。また、線分OAを2:1に内分する点をD、線分ACの中点をE、線分OBを $\alpha:1-\alpha$ に内分する点をF、線分BCを $\beta:1-\beta$ に内分する点をGとする。ただし、 $\alpha$ 、 $\beta$ は実数で、 $0 < \alpha < 1$ 、 $0 < \beta < 1$ とする。

- (1)  $\overrightarrow{DE}$ と $\overrightarrow{DF}$ を、 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 、 $\alpha$ を用いて表せ。
- (2)  $\overrightarrow{DE}$ と $\overrightarrow{DF}$ が直交するときの $\alpha$ の値を求めよ。また、そのときの $\triangle DEF$ の面積 $S$ を求めよ。
- (3)  $\overrightarrow{DE}$ と $\overrightarrow{DF}$ が直交し、かつ点Gが平面DEF上にあるときの $\beta$ の値を求めよ。