



2011年第5問

5 実数を成分とする行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ を考える. 座標平面上の2点 $P(x, y)$, $Q(u, v)$ について等式

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

が成り立つとき, 行列 A により点 P は点 Q に移るといふ.

点 $(1, 3)$ は行列 A により点 $(10, 10)$ に移り, さらに等式

$$A^2 - 7A + 10E = O$$

が成り立つものとする. ただし, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ である. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) 行列 A により点 $(10, 10)$ が移る点の座標を求めよ.
- (2) 実数 a, b, c, d の値を求めよ.
- (3) 次の条件(*)を満たす直線 l の方程式を求めよ.
(*) 直線 l 上のすべての点が行列 A により l 上の点に移る.