

2013年理工第2問

2 行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  は  $A^2 = A$  を満たす. 行列  $B$  は

$$B \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ 1 \end{pmatrix}, \quad B^2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

を満たす. 次の問いに答えよ.

- (1)  $a + d$ ,  $ad - bc$  を求めよ.
- (2)  $B$  を  $a$  を用いて表せ.
- (3)  $c = 1$  のとき, 実数  $s$ ,  $t$  に対して

$$(sA + tB)^n = x_n A + y_n B \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

と表されることを示し,  $x_n$ ,  $y_n$  を  $s$ ,  $t$ ,  $n$  を用いて表せ.