

2017年 医学部 第5問

5 複素数平面上の原点 O を中心とする半径 1 の円周上にある 3 点 $A(\alpha)$, $B(\beta)$, $C(\gamma)$ を 3 頂点とする直角三角形でない三角形 $\triangle ABC$ を考える. A , B , C を原点の周りに角 2θ ($0 < 2\theta < \pi$) 回転させて得られる点をそれぞれ A_1 , B_1 , C_1 とする. 直線 AB と A_1B_1 の交点を R とする. AB の中点を M , A_1B_1 の中点を M_1 とする.

- (1) $\triangle OMR$ と $\triangle OM_1R$ は合同であることを示せ.
 (2) $\angle MOR = \theta$ であることを示せ.

BC と B_1C_1 の交点, CA と C_1A_1 の交点をそれぞれ P , Q とする. また, i を虚数単位とし, $\lambda = \frac{\cos\theta + i\sin\theta}{2\cos\theta}$ とおく.

- (3) 点 P , Q , R を表す複素数をそれぞれ α , β , γ , λ によって表せ.
 (4) ある点 $D(\delta)$ を中心として, $\triangle ABC$ を回転しある一定の比率で拡大または縮小すると $\triangle PQR$ に重なることを示し, このような δ を α , β , γ , λ によって表せ.