

2014年工学部第4問

数理
石井K

4 2つの関数 $f(x) = \log(a-4x)$, $g(x) = \log x$ について、次の問いに答えよ。ただし、 a は定数であり、 $a > 4$ とする。

- (1) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸の共有点 A の座標を求めよ。
- (2) 2 曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ の共有点 B の座標を求めよ。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ の点 B における接線と、曲線 $y = g(x)$ の点 B における接線が直交するとき、 a の値を求めよ。
- (4) a を (3) で求めた値とすると、2 曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ と x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

$$(1) f(x) = 0 \text{ とするのば. } a - 4x = 1 \quad \therefore x = \frac{a-1}{4} \quad \therefore \left(\frac{a-1}{4}, 0 \right) "$$

$$(2) \log(a-4x) = \log x \quad \therefore \log \frac{a-4x}{x} = 0$$

$$\therefore \frac{a-4x}{x} = 1 \quad \therefore 5x = a \quad \left(\frac{a}{5}, \log \frac{a}{5} \right) "$$

$$(3) f'(x) = \frac{-4}{a-4x}, \quad g'(x) = \frac{1}{x}$$

$$\therefore f'\left(\frac{a}{5}\right) \cdot g'\left(\frac{a}{5}\right) = -1 \text{ となる. } \frac{-100}{a^2} = -1 \quad \therefore a > 4 \text{ より } \underline{a=10} "$$

$$(4) A\left(\frac{9}{4}, 0\right), B(2, \log 2) \text{ とするのば.}$$

$$\therefore S = \int_1^2 \log x \, dx + \int_2^{\frac{9}{4}} \log(10-4x) \, dx$$

$$= \int_1^2 (x)' \log x \, dx + \int_2^{\frac{9}{4}} \left\{ \frac{1}{4}(4x-10) \right\}' \log(10-4x) \, dx$$

$$= [x \log x]_1^2 - \int_1^2 dx + \left[\frac{1}{4}(4x-10) \log(10-4x) \right]_2^{\frac{9}{4}}$$

$$- \int_2^{\frac{9}{4}} dx$$

$$= 2 \log 2 - [x]_1^2 + \left(-\frac{1}{4} \right) \log \cdot 1 - \frac{1}{4} \cdot (-2) \log 2 - [x]_2^{\frac{9}{4}}$$

$$= 2 \log 2 - 1 + \frac{1}{2} \log 2 - \frac{1}{4}$$

$$= \underline{\underline{\frac{5}{2} \log 2 - \frac{5}{4}}} "$$

