0002363186367999

大阪工業大学

2017年 工学部 第1問　1枚目／2

増田

1　次の空所を埋めよ．

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}=a$ とおくとき，a の整数部分は $\boxed{\text{ア}}$ である．また，a の小数部分を b とするとき，$ab=\boxed{\text{イ}}$ である．

4　　1

(2) 方程式 $3^{x+2}+3^{1-x}=28$ を解くと，$x=\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$ となる．
ただし，$\boxed{\text{ウ}}<\boxed{\text{エ}}$ とする．

-2　　1

(3) a，b は $ab=5$ を満たす正の実数とする．3つの数 a，b，3がこの順に等差数列をなすとき，$b=\boxed{\text{オ}}$ である．また，3つの数 a，b，3がこの順に等比数列をなすとき，$b=\sqrt[3]{\boxed{\text{カ}}}$ である．

$\frac{5}{2}$　　15

(4) $\cos\alpha$，$\cos\beta$ $(0<\alpha<\beta<\pi)$ が，2次方程式 $8x^2-4x-1=0$ の2つの解であるとき，$\cos\alpha\cos\beta=\boxed{\text{キ}}$，$\sin\alpha\sin\beta=\boxed{\text{ク}}$ である．

$-\frac{1}{8}$　　$\frac{\sqrt{33}}{8}$

(1) $a=\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}=\dfrac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}$

$=\sqrt{5}+2$

$\underset{(\sqrt{4})}{2}<\sqrt{5}<\underset{(\sqrt{9})}{3}$ より、

$4<\sqrt{5}+2<5$

a の整数部分は 4 …(ア)

a の小数部分 $b=\sqrt{5}+2-4$

$=\sqrt{5}-2$

$ab=\dfrac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}-2}=1$ …(イ)

(2) $3^{x+2}+3^{1-x}=28$ より、

$9\times3^x+3\times\dfrac{1}{3^x}=28$

$3^x=X$ とおくと、

$9X+\dfrac{3}{X}=28$

$9X^2-28X+3=0$

$(X-3)(9X-1)=0$

$X=3,\ \dfrac{1}{9}$

$3^x=3,\ \dfrac{1}{9}$

$\therefore\ x=\underset{(\text{ウ})}{-2},\ \underset{(\text{エ})}{1}$

(3) 等差数列の公差を d とすると

$a \xrightarrow{+d} b \xrightarrow{+d} 3$

$(3-a)=2(b-a)(=2d)$

$ab=5$，$b\neq0$ より $a=\dfrac{5}{b}$ を代入すると

$3-\dfrac{5}{b}=2\left(b-\dfrac{5}{b}\right)$

$2b^2-3b-5=0$

$(b+1)(2b-5)=0$

$b>0$ より $b=\dfrac{5}{2}$ …(オ)

等比数列の公比を r とすると

$a \xrightarrow{\times r} b \xrightarrow{\times r} 3$

$\dfrac{b}{a}=\dfrac{3}{b}$

$b^2=3a$

$b^2=\dfrac{15}{b}$

$b^3=15$

$\therefore\ b=\sqrt[3]{15}$ …(カ)

0002363186367999

大阪工業大学

2017年 工学部 第1問　2/2枚目　増田

1　次の空所を埋めよ．

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}=a$とおくとき，aの整数部分は $\boxed{\text{ア}}$ である．また，aの小数部分をbとするとき，$ab=\boxed{\text{イ}}$ である．

(2) 方程式 $3^{x+2}+3^{1-x}=28$ を解くと，$x=\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$ となる．
ただし，$\boxed{\text{ウ}}<\boxed{\text{エ}}$ とする．

(3) a，bは$ab=5$を満たす正の実数とする．3つの数a，b，3がこの順に等差数列をなすとき，$b=\boxed{\text{オ}}$ である．また，3つの数a，b，3がこの順に等比数列をなすとき，$b=\sqrt[3]{\boxed{\text{カ}}}$ である．

(4) $\cos\alpha$，$\cos\beta$ $(0<\alpha<\beta<\pi)$が，2次方程式$8x^2-4x-1=0$の2つの解であるとき，$\cos\alpha\cos\beta=\boxed{\text{キ}}$，$\sin\alpha\sin\beta=\boxed{\text{ク}}$ である．

(4) $8x^2-4x-1=0$ の2つの解を A, B とおくと.

$$8(x-A)(x-B)=8x^2-4x-1$$

$$8x^2-8(A+B)x+8AB=8x^2-4x-1$$

$$\therefore\ A+B=\frac{1}{2},\quad AB=-\frac{1}{8}$$

$$\cos\alpha\cos\beta=AB=-\frac{1}{8}\ \cdots(キ)$$

$$(\sin\alpha\sin\beta)^2=\sin^2\alpha\sin^2\beta$$
$$=(1-\cos^2\alpha)(1-\cos^2\beta)$$
$$=1-(\cos^2\alpha+\cos^2\beta)+(\cos\alpha\cos\beta)^2$$

ここで. $\cos^2\alpha+\cos^2\beta=(\cos\alpha+\cos\beta)^2-2\cos\alpha\cos\beta$
$$=(A+B)^2-2AB$$
$$=\left(\frac{1}{2}\right)^2-2\times\left(-\frac{1}{8}\right)$$
$$=\frac{1}{2}$$

$$(\sin\alpha\sin\beta)^2=1-\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{8}\right)^2$$
$$=\frac{33}{64}$$

$$\therefore\ \sin\alpha\sin\beta=\sqrt{\frac{33}{64}}=\frac{\sqrt{33}}{8}\ \cdots(ク)$$

($0<\alpha<\beta<\pi$より $\sin\alpha>0$, $\sin\beta>0$だから)