

2017年工学部第3問

3 次の問いに答えよ。

(1) 複素数  $\alpha = 1 + \sqrt{3}i$  について、次の問いに答えよ。ただし、 $i^2 = -1$  とする。(i)  $\alpha^2$ ,  $\frac{1}{\alpha}$  の値をそれぞれ  $a + bi$  ( $a, b$  は実数) の形で表せ。(ii)  $z^6 = \alpha^6$  となる複素数  $z$  のうち、実数でないものをすべて掛けた数を求めよ。(2)  $n$  を自然数とする。関数  $f(x) = x^n(1-x)$  ( $x \geq 0$ ) について、次の問いに答えよ。(i)  $f(x)$  の増減を調べ、極大値をとるときの  $x$  の値を求めよ。(ii) 曲線  $y = f(x)$  と  $x$  軸で囲まれた図形の面積を  $A_n$  とするとき、無限級数の和  $\sum_{n=1}^{\infty} A_n$  を求めよ。