

2018年工学部第3問

3 次の問いに答えよ。

(1) $i^2 = -1$ とする。複素数 z に対して、 $w = \frac{z-i}{z+i}$ とおく。ただし、 $z \neq -i$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

(i) $z = 1$ のとき、 w の絶対値 $|w|$ と偏角 $\arg w$ を求めよ。ただし、 $0 \leq \arg w < 2\pi$ とする。

(ii) 複素数平面上で、条件 $|w| = \frac{1}{2}$ を満たす点 z はどのような図形を描くか。

(2) a を実数とし、 $I = \int_1^e (1 + a \log x)^2 dx$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

(i) $J_1 = \int_1^e \log x dx$ および $J_2 = \int_1^e (\log x)^2 dx$ の値をそれぞれ求めよ。

(ii) I を計算し、 a の式で表せ。また、 I の値が最小となるときの a の値を求めよ。ただし、 I の最小値は求めなくてよい。