0001924185708999

名古屋市立大学

2014年 芸術工学部 第4問

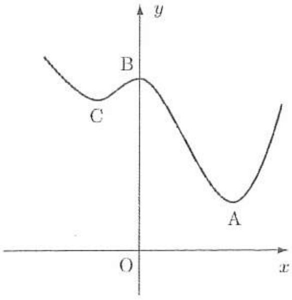
数理 石井K

$\boxed{4}$ $f(x)$ は x の4次関数であり，点A$(2,\ 1)$，点B$(0,\ k)$，点C$\left(-1,\ \dfrac{13}{4}\right)$ の3点で極値をもつ．次の問いに答えよ．

(1) k および $f(x)$ を求めよ．

(2) 曲線 $y=f(x)$ 上の点Aが原点Oになるように，曲線 $y=f(x)$ を平行移動した曲線の方程式 $y=g(x)$ を求めよ．

(3) 放物線 $y=px^2$ が $y=g(x)$ と原点O以外で共有点をもたないための p の条件を求めよ．



(1) $f'(x)=ax(x-2)(x+1)$ と表せる．

$\therefore f'(x)=ax^3-ax^2-2ax$

$\therefore f(x)=\frac{1}{4}ax^4-\frac{1}{3}ax^3-ax^2+C$

(Cは積分定数)

$y=f(x)$ のグラフが各点を通ることより．

$$\begin{cases} 1=4a-\frac{8}{3}a-4a+C \\ k=C \\ \frac{13}{4}=\frac{1}{4}a+\frac{1}{3}a-a+C \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{8}{3}a+C=1 & \cdots ① \\ k=C & \cdots ② \\ -\frac{5}{12}a+C=\frac{13}{4} & \cdots ③ \end{cases}$$

③−① より． $\frac{9}{4}a=\frac{9}{4}$ $\therefore a=1$ このとき ① より $C=\frac{11}{3}$ ② より $k=\frac{11}{3}$ //

以上より， $f(x)=\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{3}x^3-x^2+\frac{11}{3}$ //

(2) (1)で求めた $y=f(x)$ のグラフを x 軸方向に -2，y 軸方向に -1 平行移動させたものが

$y=g(x)$ であるから， $g(x)=\frac{1}{4}(x+2)^4-\frac{1}{3}(x+2)^3-(x+2)^2+\frac{11}{3}-1$

整理して， $g(x)=\frac{1}{4}x^4+\frac{5}{3}x^3+3x^2$ //

(3) $g(x)-px^2=0$ が $x=0$ 以外の実数解をもたないので

$x^2\left(\frac{1}{4}x^2+\frac{5}{3}x+3-p\right)=0$ $\therefore \frac{1}{4}x^2+\frac{5}{3}x+3-p=0$ の判別式をDとおくと．

(注) $x=0$ を重解にもつことはない

(注) $p=0$ のとき，$y=0$ となり 放物線でなくなるから

$\therefore D=\frac{25}{9}-4\cdot\frac{1}{4}(3-p)<0$ $\therefore p<\frac{2}{9}$ かつ $p\neq 0$ //