



2010年教育学部（算数・技術）第11問

11  $f(x)$ は実数全体で定義された関数とする。実数  $a$  に関する条件 (P) を考える。

(P) 正の実数  $r$  を十分小さく選べば、 $|x - a| < r$  をみたすすべての実数  $x$  に対して  $f(x) \leq f(a)$  が成り立つ。

このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 実数  $a$  が条件 (P) をみたし、かつ、 $f(x)$  が  $x = a$  で微分可能ならば、 $f'(a) = 0$  であることを証明せよ。
- (2) 関数  $f(x)$  が

$$f(x) = \begin{cases} |x| - x & (x < 1 \text{ のとき}) \\ |x^2 - 6x + 8| & (x \geq 1 \text{ のとき}) \end{cases}$$

で定義されているとき、条件 (P) をみたすような実数  $a$  全体の集合を決定せよ。

- (3) 一般に、実数全体で定義された関数  $f(x)$  に対し、次の命題は正しいか。正しいければ証明し、正しくなければ反例を挙げよ。

(命題) すべての実数  $a$  が条件 (P) をみたすならば、 $f(x)$  は定数関数である。