

2014年 生命環境（環境・情報）第4問

4 実数を成分とする2次正方行列 A の逆行列は存在しないとする。2次正方行列 X は $XAX = X$ かつ $AX = XA$ かつ $A^3X = A^2$ を満たすとする。 $A^2 \neq \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ のとき、以下の問いに答えよ。

(1) 2次正方行列 Y が $YAY = Y$ かつ $AY = YA$ かつ $A^3Y = A^2$ を満たすとき、 $Y = X$ であることを示せ。

(2) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ のとき、 X を求めよ。