0002101548987999

大阪歯科大学

2015年 歯学部 第2問

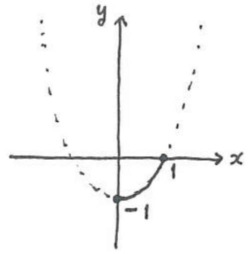
数理 石井K

$\boxed{2}$ aが実数であるとき，$f(x)=x^2-ax+a-1$の$0\leqq x\leqq 1$における最大値が0であるという．

(1) $a=0$のとき，このことが成り立つことを示せ．

(2) 上の条件が成り立つためのaの値をすべて求めよ．

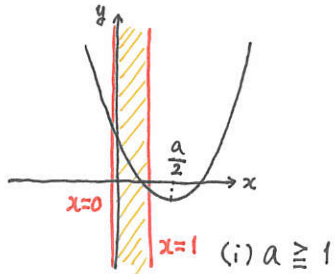
(3) $a\leqq 0$のとき，$\displaystyle\int_a^{a+1} f(x)\,dx$の最大値とそのときの$a$の値を求めよ．



(1) $a=0$ のとき. $f(x)=x^2-1$

∴ 右のグラフより. $0\leqq x\leqq 1$ における最大値は $x=1$ のとき 0 ■

(2) $f(x)=\left(x-\frac{a}{2}\right)^2-\frac{a^2}{4}+a-1$



(i) $\frac{a}{2}\geqq\frac{1}{2}$ すなわち $a\geqq 1$ のとき

右のグラフより. 最大値は $x=0$ のとき $a-1$

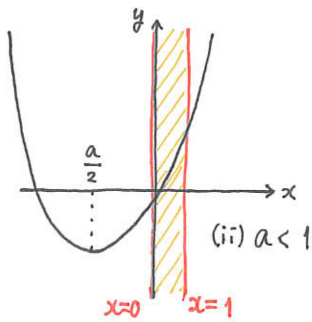
∴ $a-1=0$ ∴ $a=1$

(ii) $a<1$ のとき

右のグラフより. 最大値は $x=1$ のとき 0

∴ $a<1$

(i), (ii) より $\underline{a\leqq 1}$ //



(3) $\displaystyle\int_a^{a+1} f(x)\,dx=\left[\frac{x^3}{3}-\frac{a}{2}x^2+(a-1)x\right]_a^{a+1}$

$=\frac{1}{3}(a+1)^3-\frac{1}{2}a(a+1)^2+a^2-1-\frac{1}{3}a^3+\frac{1}{2}a^3-a^2+a$

$=(a+1)^2\left(\frac{a+1}{3}-\frac{a}{2}\right)+\frac{1}{6}a^3+a-1$

$=\frac{3}{2}a-\frac{2}{3}$

∴ これは aの 1次関数になり. $\underline{最大値は -\frac{2}{3}\ (a=0 のとき)}$ //