0002370729267999

北海道大学

2017年 文系 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ 自然数の2乗となる数を平方数という.

(1) 自然数a, n, kに対して, $n(n+1)+a=(n+k)^2$が成り立つとき,

$$a \geqq k^2+2k-1$$

が成り立つことを示せ.

(2) $n(n+1)+7$が平方数となるような自然数nをすべて求めよ.

(1) $a=(n+k)^2-n(n+1)$

$= k^2+2kn-n$

$= k^2+(2k-1)n$

ここで, n, kは自然数より, $2k-1 \geqq 1$, $n \geqq 1$

よって, $a \geqq k^2+(2k-1)\cdot 1$

$= k^2+2k-1$ ▨

(2) (1)において, $a=7$のときを考えると,

$n(n+1)+7=(n+k)^2$ となるとき, $7 \geqq k^2+2k-1$ ⋯ (*)

(*)を解くと,

$k^2+2k-8 \leqq 0$

$\therefore (k+4)(k-2) \leqq 0$

$\therefore -4 \leqq k \leqq 2$

kは自然数より, $k=1, 2$

$k=1$のとき, $n(n+1)+7=(n+1)^2$より $n=6$

$k=2$のとき, $n(n+1)+7=(n+2)^2$より, $n=1$

$\therefore$ 求めるnは, $\underline{n=1, 6}$ //