



2016年理(数理科学)・医第1問

1  $n$ を自然数とする. このとき, 次の問いに答えなさい.

(1)  $\alpha, \beta$ を実数とし,

$$f(x) = \frac{\alpha}{x-\alpha} - \frac{\beta}{x-\beta}$$

とする.  $f(x)$ の第 $n$ 次導関数 $f^{(n)}(x)$ について, 次の等式が成り立つことを, 数学的帰納法によって証明しなさい.

$$f^{(n)}(x) = (-1)^n n! \left\{ \frac{\alpha}{(x-\alpha)^{n+1}} - \frac{\beta}{(x-\beta)^{n+1}} \right\}$$

(2)  $b, c$ を $b^2 > 4c$ を満たす実数とし,

$$h(x) = \frac{x}{x^2 - bx + c}$$

とする. また,  $h(x)$ の第 $n$ 次導関数 $h^{(n)}(x)$ に対し,  $a_n = \frac{c^n h^{(n)}(0)}{n!}$ とおく.

(i) 2次方程式 $x^2 - bx + c = 0$ の解を $\alpha, \beta$ とする.  $a_n$ を $\alpha, \beta, n$ を用いて表しなさい.

(ii)  $a_{n+2} - ba_{n+1} + ca_n = 0$ が成り立つことを示しなさい.