

2015年歯学部第1問

1 次の各問の にあてはまる数を入れなさい。

31

- (1) 2015を素因数分解したとき、最も大きい因子は ア である。
 (2) 一般項が $a_{n+1} = 2a_n + a_{n-1}$ (ただし、 $a_0 = 1, a_1 = 1$) で表される数列の第5項は イ である。
 (3) $\cos 2x - 3 \cos x - 1 = 0$ ($0 \leq x < \pi$) の解は ウ ~~である~~ $\frac{2}{3}\pi$ である。
 (4) $\log_2(x-2) = \log_4(-2x+a)$ が解を持つ最小の整数 a は エ である。

5

(1) $2015 = 5 \cdot 13 \cdot 31 \therefore$ 最も大きい因子は 31

(2) $a_2 = 2a_1 + a_0 = 3, a_3 = 2a_2 + a_1 = 7, a_4 = 2a_3 + a_2 = \underline{17},$

~~$a_5 = 2a_4 + a_3 = 41$~~ (注) 今回 a_0 からはじまっているので、 a_4 が第5項

(3) $2\cos^2 x - 1 - 3\cos x - 1 = 0$

$2\cos^2 x - 3\cos x - 2 = 0$

$(2\cos x + 1)(\cos x - 2) = 0$

$\cos x - 2 < 0$ より、 $2\cos x + 1 = 0 \therefore \cos x = -\frac{1}{2}$

$0 \leq x < \pi$ より、 $x = \frac{2}{3}\pi$

(4) 真数条件より、 $x-2 > 0$ かつ $-2x+a > 0 \Leftrightarrow 2 < x < \frac{a}{2} \cdots ①$

底の変換公式より、 $2\log_2(x-2) = \log_2(-2x+a)$

$\therefore (x-2)^2 = -2x+a$

$\therefore x^2 - 2x + 4 - a = 0$

判別式を ϑ とすると、 $\vartheta/4 = (-1)^2 - (4-a) \geq 0 \therefore a \geq 3 \cdots ②$

①より、 $a > 4$ なので ②とあわせて $a > 4 \cdots ③$

$y = x^2 - 2x + 4 - a$ の軸は $x=1$ より、右のようなグラフになる。
 $f(x)$ とおく

$f(2) \cdot f(\frac{a}{2}) < 0$ より、 $(4-a)(\frac{a^2}{4} - 2a + 4) < 0$ ③より $4-a < 0 \therefore (a-4)^2 > 0 \therefore a = 5$

