



2017年 理学部 第1問

1 次の問いに答えよ.

(1) n を自然数とする. 三角関数の加法定理を用いて, 等式

$$\cos(n+2)\theta + \cos n\theta = 2\cos\theta \cos(n+1)\theta$$

を導け.

(2) $\cos 2\theta = T_2(\cos \theta)$, $\cos 3\theta = T_3(\cos \theta)$ を満たす整式 $T_2(x)$, $T_3(x)$ をそれぞれ求めよ.

(3) 自然数 n に対し, $\cos n\theta = T_n(\cos \theta)$ を満たす整数係数の n 次の整式 $T_n(x)$ が存在することを示せ.

(4) 自然数 k に対し, $\cos \frac{\pi}{4k}$ は無理数であることを示せ. ただし, $\sqrt{2}$ が無理数であることは証明なしに用いてよい.