0002065274397999

# 大阪市立大学

2015年 第1問

数理 石井K

$\boxed{1}$ 座標平面上に2点P(0, 2), Q(1, 0)をとる．また，$t$を実数とし，放物線$y=(x-t)^2$を$C$とする．次の問いに答えよ．

(1) $C$がPを通るときの$t$の値を求めよ．

(2) $C$が直線PQに接するときの$t$の値と接点の座標を求めよ．

(3) 線分PQと$C$の共有点の個数が$t$によりどのように変化するか記述せよ．

(1) $2=t^2$ $\therefore$ $\underline{t=\pm\sqrt{2}}$ //

(2) PQ : $y=\dfrac{0-2}{1-0}x+2$ $\therefore$ PQ : $y=-2x+2$

$\therefore$ $(x-t)^2-(-2x+2)=0$ が重解をもつ

$x^2+2(1-t)x+t^2-2=0$ の判別式を$D$とおくと，

$D/4=(1-t)^2-(t^2-2)$

$=-2t+3$

$\therefore$ $D=0$ より，$\underline{t=\dfrac{3}{2}}$ // このとき，$x^2-x+\dfrac{1}{4}=0$

$\therefore$ $\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2=0$ $\therefore$ $x=\dfrac{1}{2}$, $y=1$ $\therefore$ 接点は $\underline{\left(\dfrac{1}{2}, 1\right)}$ //

(3) (i) $t>\dfrac{3}{2}$ のとき．

(2)より，$D<0$ となるので共有点は0個．

(ii) $t<\dfrac{3}{2}$ のとき．

$f(x)=x^2+2(1-t)x+t^2-2$ とおく

軸は $x=t-1$ であるから，

(A) $0\leqq t-1<\dfrac{1}{2}$ すなわち $1\leqq t<\dfrac{3}{2}$ のとき．

$f(0)=t^2-2$ , $f(1)=t^2-2t+1=(t-1)^2\geqq 0$

$f(0)\geqq 0$ となるのは，$\sqrt{2}\leqq t<\dfrac{3}{2}$ このとき共有点は2個．

$f(0)<0$ となるのは，$1\leqq t<\sqrt{2}$ $t=1$のとき1個，$1<t<\sqrt{2}$ のとき1個

(B) $t-1<0$ すなわち $t<1$ のとき．

$f(0)<0$ となるのは，$-\sqrt{2}\leqq t<1$ このとき1個．他は0個．

(i), (ii)と(2)より，$\underline{-\sqrt{2}\leqq t<\sqrt{2},\ t=\dfrac{3}{2}\ のとき1個，\sqrt{2}\leqq t<\dfrac{3}{2}\ のとき2個，t<-\sqrt{2},\ \dfrac{3}{2}<t\ のとき0個}$ //