大阪市立大学

2018年 文系 第4問

4 $0<k<1$とする．平面上の凸四角形ABCDに対して，点P，Q，R，Sを関係式

$$\overrightarrow{AP}=k\overrightarrow{AB},\quad \overrightarrow{BQ}=k\overrightarrow{BC},\quad \overrightarrow{CR}=k\overrightarrow{CD},\quad \overrightarrow{DS}=k\overrightarrow{DA}$$

によって定めるとき，次の問いに答えよ．

(1) 原点をOとする．等式

$$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}+\overrightarrow{OR}+\overrightarrow{OS}$$

が成り立つことを示せ．

(2) 比の値

$$\frac{(\text{六角形 PBQRDS の面積})}{(\text{四角形 ABCD の面積})}$$

をkを用いて表せ．

(3) 比の値

$$\frac{(\text{四角形 PQRS の面積})}{(\text{四角形 ABCD の面積})}$$

をkを用いて表せ．

(4) $0<k<1$の範囲でkを動かすとき，(3)の比の値の最小値とそのときのkを求めよ．