



2010年 医学部 第3問

3 $\log x$ は x の自然対数であり、自然対数の底 e の値は $2.718\cdots$ である。 $f_0(x) = 1$ とし、自然数 n に対して $f_n(x) = (\log x)^n$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) 方程式 $f_n(x) = x$ が異なる3つの実数解をもつときの n をすべて求めよ。必要ならば、すべての自然数 n に対して $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\log x)^n}{x} = 0$ であることを用いてもよい。
- (2) $a_0 = \int_1^e f_0(x) dx$ とし、 $a_n = \frac{1}{n!} \int_1^e f_n(x) dx$ とする。自然数 n に対して a_{n-1} と a_n の関係式を求めよ。
- (3) (2) の関係式を用いて、極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^k}{k!}$ を求めよ。