



2011年 理工学部 第3問

3 数列  $\{a_n\}$  が

$$a_1 = \frac{1}{2}, \quad a_{n+1} = \frac{(n^2 + n)a_n}{n^2 + n + a_n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定められるとき、次の問いに答えよ。

- (1) 数列  $\{b_n\}$  が  $b_n = \frac{1 - a_n}{a_n}$  で与えられるとき、 $b_1, b_2, b_3$  の値を求めよ。
- (2) (1)における  $\{b_n\}$  の階差数列  $\{c_n\}$  の一般項、および  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。
- (3) 不等式

$$\sum_{k=2}^n \frac{a_k}{3k+1} < \frac{1}{18} \log \frac{9n^2}{8}$$

が成り立つことを示せ。ただし、 $n \geq 2$  とする。