



## 2015年 医学部 第1問

1  $n$  を自然数とする. 右図のように, 同じ大きさの正方形のマスが  $2^n$  個描かれた透明なシート  $K_n$  を使って次のゲームを行う. まず, 1 から  $2^n$  までの自然数の中から無作為に一つ選ぶ試行を 2 回行い, 1 回目に選ばれた自然数を  $x_1$ , 2 回目に選ばれた自然数を  $x_2$  とする ( $x_1 = x_2$  となることもある). このとき,  $K_n$  の左から  $x_1$  個目のマスに  $\circ$  を記入し, 左から  $x_2$  個目のマスに  $\times$  を記入する. 次に, このシートを中央の線 (左右のマス数が等しくなるような縦の線) で折り畳むという操作を繰り返し行い,  $\circ$  が書かれたマスと  $\times$  が書かれたマスが重なったときゲームを終了する. ゲームが  $k$  回の操作で終了したとき, 得点を  $k$  とする. 例えば,  $n = 3$ ,  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 6$  のとき右図のようになり, 得点は 2 となる. ただし,  $\circ$ ,  $\times$  が始めから同じマスにある場合は得点を 0 とする. 以上のゲームにおいて  $k$  点を得る確率を  $p(n, k)$  とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $p(n, 1)$  を求めよ. また,  $n \geq 2$  のとき,  $p(n, 2)$  を求めよ.
- (2)  $2 \leq k \leq n$  のとき,  $p(n, k)$  を  $p(n-1, k-1)$  を用いて表せ.
- (3)  $1 \leq k \leq n$  のとき,  $p(n, k)$  を求めよ.