00000256903479999

岡山県立大学

2010年 第4問

数理 石井K

$\boxed{4}$ 次の不定積分および定積分を求めよ．

(1) $\displaystyle\int \sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)\cos x\,dx$

(2) $\displaystyle\int \frac{x\log(x^2+1)}{x^2+1}\,dx$

(3) $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^x}{2+3e^x+e^{2x}}\,dx$

(1) $\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}(\cos x+\sin x)\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}(\cos x-\sin x)$

$=\frac{1}{2}(\cos^2 x-\sin^2 x)$

$=\frac{1}{2}(1-2\sin^2 x)$

$\therefore$ (与式) $=\int\left(\frac{1}{2}-\sin^2 x\right)\cos x\,dx$

$t=\sin x$ とおいて置換積分 $dt=\cos x\,dx$

$=\int \frac{1}{2}-t^2\,dt$

$=-\frac{1}{3}t^3+\frac{1}{2}t+C$

$=\underline{-\frac{1}{3}\sin^3 x+\frac{1}{2}\sin x+C}$ (Cは積分定数)

(2) $t=x^2+1$ とおいて置換積分 $dt=2x\,dx$

(与式) $=\int\frac{\log t}{2t}\,dt$

$=\frac{1}{4}(\log t)^2+C$

$=\underline{\frac{1}{4}(\log(x^2+1))^2+C}$ (Cは積分定数)

(3) $t=e^x$ とおいて置換積分 $dt=e^x\cdot dx$

x	$0\to1$
t	$1\to e$

(与式) $=\int_1^e\frac{1}{t^2+3t+2}\,dt$

$=\int_1^e\frac{1}{(t+1)(t+2)}\,dt$

$=\int_1^e\frac{1}{t+1}-\frac{1}{t+2}\,dt$

$=\Big[\log(t+1)-\log(t+2)\Big]_1^e$

$=\log(e+1)-\log(e+2)-\log 2+\log 3$

$=\underline{\log\frac{3(e+1)}{2(e+2)}}$