大阪市立大学

数理 石井K

2015年 第4問

4 1枚の硬貨を何回も投げ，表が2回続けて出たら終了する試行を行う．ちょうど n 回投げた時点で終了する確率を P_n とするとき，次の問いに答えよ．

(1) P_2 を求めよ．
(2) P_3 を求めよ．
(3) P_4 を求めよ．
(4) $P_5 < \frac{1}{2}$ であることを示せ．

(1) (表, 表) と出るので． $P_2 = \frac{1}{2^2} = \underline{\frac{1}{4}}$ //

(2) (裏, 表, 表) と出るので， $P_3 = \frac{1}{2^3} = \underline{\frac{1}{8}}$ //

(3) (表, 裏, 表, 表), (裏, 裏, 表, 表) の2通りあるので

$$P_4 = \frac{2}{2^4} = \underline{\frac{1}{8}} \ //$$

書いてないと減点 多少

(4) (裏, 裏, 裏, 裏, 表, 表) となる場合を考えると． $P_6 > 0$ であることが分かる

$P_6 \neq 0$ ということ

よって， $P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 \leqq 1$

確率の和が1になるので．

$P_2 + P_3 + \cdots + P_\infty = 1$

$\therefore P_2 + P_3 + \cdots + P_6 \leqq 1$

$P_6 > 0$ より．

$$P_2 + P_3 + P_4 + P_5 < 1$$

$$\therefore P_5 < 1 - (P_2 + P_3 + P_4)$$

$$= 1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}\right) \quad (\because (1) \sim (3) より)$$

$$= \frac{1}{2} \quad ▨$$