

2018年文系第3問

3  $p$  を正の実数,  $q$  を  $-2p^3 < q < 2p^3$  をみたす実数とする.

$$f(x) = x^3 - 3p^2x + q$$

とおくとき, 次の問いに答えよ.

- (1)  $x$  が実数全体を動くとき,  $f(x)$  が極値をとる  $x$  とそのときの極値をすべて求めよ.
- (2) 方程式  $f(x) = 0$  は相異なる3つの実数解を持つことを示せ.
- (3) (2)の3つの解は, すべて

$$-2p < x < 2p$$

をみたすことを示せ.

- (4) (2)の3つの解のうちの1つを  $0 < \theta < \pi$  である  $\theta$  を用いて  $2p \cos \theta$  と表したとき,

$$2p \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right), \quad 2p \cos\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right)$$

も解となることを示せ.