

2011年文系第4問

4  $N, a, b$ は正の整数とする。箱の中に赤玉が  $a$  個、白玉が  $b$  個入っている。箱から無作為に1個の玉を取り出し、色を記録して箱に戻す。この操作を繰り返し、同じ色の玉が2回続けて出るか、または取り出す回数が  $2N + 2$  になったら終了する。 $n$  回取り出して終わる確率を  $P(n)$  とし、 $p = \frac{a}{a+b}$ ,  $q = \frac{b}{a+b}$ ,  $r = pq$  とおく。次の問いに答えよ。

(1)  $P(2j), P(2j+1)$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ ) および  $P(2N+2)$  を  $r$  を用いて表せ。

(2) 偶数回取り出して終わる確率  $Q = \sum_{j=1}^{N+1} P(2j)$  について、 $Q > \frac{1-2r}{1-r}$  となることを示せ。