

2018年文系第3問

3 p を正の実数、 q を $-2p^3 < q < 2p^3$ をみたす実数とする。

$$f(x) = x^3 - 3p^2x + q$$

とおくとき、次の問いに答えよ。

- (1) x が実数全体を動くとき、 $f(x)$ が極値をとる x とそのときの極値をすべて求めよ。
- (2) 方程式 $f(x) = 0$ は相異なる3つの実数解を持つことを示せ。
- (3) (2) の3つの解は、すべて

$$-2p < x < 2p$$

をみたすことを示せ。

- (4) (2) の3つの解のうちの1つを $0 < \theta < \pi$ である θ を用いて $2p \cos \theta$ と表したとき、

$$2p \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right), \quad 2p \cos\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right)$$

も解となることを示せ。