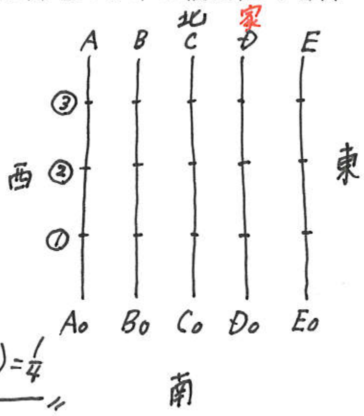
埼玉大学

2014 年 教育・経済学部 第 3 問

3 南北に平行に走る 5 本の同じ長さの線分が等間隔で並んでいる．西から順に，各線分の南の端点は，A_0，B_0，C_0，D_0，E_0 であり，北の端点は，A，B，C，D，E である．各線分を 4 等分する点を，南から順に，1 番地，2 番地，3 番地と呼ぶ．隣り合う線分の同じ番地同士を結ぶ線分を橋と呼ぶ．人は南の端点のいずれかをスタート地点として北へ向かって歩き始め，橋に出会わなければそのまま北へ向かって歩き続け，橋に出会えば橋で結ばれた隣の線分に渡ってその線分を北へ向かって歩く．必要ならこれを繰り返し，人は最終的に北の端点のゴール地点に到着する．D に家があるとする．5 つの各スタート地点から家に到着することができるそれぞれの確率を，以下の場合に，求めなさい．

(1) 同様に確からしく，1 番地に 1 本の橋を置く場合

(2) 同様に確からしく，たがいに独立に，1 番地に 1 本，2 番地に 1 本，3 番地に 1 本の橋を置く場合



(1) A_0 をスタートとして家に到着する確率 $P(A_0)$ は．

A_0 から たどりつけるのは．A または B のみなので，

$P(A_0)=0$ 同様に $P(B_0)=0$ //

C_0 から家にたどりつくのは線分 CC_0，DD_0 が橋で結ばれているときなので $P(C_0)=\frac{1}{4}$ 同様に $P(E_0)=\frac{1}{4}$ //

余事象より．$P(D_0)=1-2\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$ //

(2) A_0 をスタートとして家に到着する確率 $Q(A_0)$ は．各番地で東に移動しないといけないので，$Q(A_0)=\left(\frac{1}{4}\right)^3=\frac{1}{64}$ //

B_0 の場合は．1, 2 番地で東に移る場合が $\left(\frac{1}{4}\right)^2\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{32}$

1, 3 〃 $\left(\frac{1}{4}\right)^2\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{32}$

2, 3 〃 $\left(\frac{1}{4}\right)^2\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{32}$ $\therefore\ Q(B_0)=\frac{3}{32}$ //

C_0 の場合は．一回だけ橋を使うのが，$\left(\frac{1}{4}\right)\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\times 3=\frac{3}{16}$

三回とも 〃 $\left(\frac{1}{4}\right)^3+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}=\frac{3}{64}$

$\therefore\ Q(C_0)=\frac{3}{16}+\frac{3}{64}=\frac{15}{64}$ //

E_0 の場合は．橋を 1 回わたるのが $\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}+\left(\frac{3}{4}\right)^2\cdot\frac{1}{4}=\frac{19}{64}$

橋を 3 回わたるのが，$2\left(\frac{1}{4}\right)^3=\frac{2}{64}$

$Q(E_0)=\frac{19}{64}+\frac{2}{64}=\frac{21}{64}$ //

余事象より $Q(D_0)=1-\frac{1}{64}-\frac{3}{32}-\frac{15}{64}-\frac{21}{64}=\frac{21}{64}$ //