

2012年工学域（中期）第4問

4  $a$  を正の定数とする．実数の変数  $x$  の関数  $f(x) = (x + a)e^{2x^2}$  について，以下の問いに答えよ．

- (1) 一階導関数  $f'(x)$  はある多項式  $g(x)$  により  $f'(x) = g(x)e^{2x^2}$  と表され，二階導関数  $f''(x)$  はある多項式  $h(x)$  により  $f''(x) = h(x)e^{2x^2}$  と表される． $g(x)$ ， $h(x)$  を求めよ．
- (2) 関数  $f(x)$  が極大値と極小値をもつための  $a$  の値の範囲を求めよ．
- (3)  $a$  が (2) で求めた範囲にあるとする．関数  $f(x)$  が極大値をとる  $x$  の値を  $\alpha$  とし，極小値をとる  $x$  の値を  $\beta$  とする．このとき， $f''(\gamma) = 0$  となる  $\gamma$  が  $\alpha$  と  $\beta$  の間に存在することを示せ．