



2015年 第3問



3  $n$  を自然数とする. 3次方程式  $2x^3 - 25x^2 + (5n+2)x - 35 = 0$  について, 次の各問に答えよ.

- (1) 方程式の1つの解が自然数であるとき,  $n$  の値を求めよ.  
 (2) (1) で求めた  $n$  に対して, 方程式の解をすべて求めよ.

(1) 方程式の自然数解の1つを  $m$  とおくと,

$$\{2m^2 - 25m + (5n+2)\} \cdot m = 35 \quad \cdots (*)$$

$2m^2 - 25m + (5n+2)$  は整数なので,  $m$  は35の正の約数

(i)  $m = 1$  のとき. (\*) より

$$5n - 21 = 35 \quad n \text{ は整数とならず不適}$$

(ii)  $m = 5$  のとき. (\*) より,

$$5n - 73 = 7 \quad \therefore n = 16$$

(iii)  $m = 7$  のとき (\*) より

$$5n - 75 = 5 \quad \therefore n = 16$$

(iv)  $m = 35$  のとき. (\*) より

$$2 \cdot 35^2 - 25 \cdot 35 + 5n + 2 = 1 \quad n \text{ は整数とならず不適}$$

(i) ~ (iv) より.  $n = 16$  //

(2) (1) より.  $n = 16$  のときの整数解は  $x = 5, 7$

残りの解を  $\alpha$  とおくと, 解と係数の関係より

(別) 因数分解して解を求めてもよい.

$$5 + 7 + \alpha = \frac{25}{2} \quad \therefore \alpha = \frac{1}{2}$$

$\therefore$  解は.  $x = 5, 7, \frac{1}{2}$  //