

2014年薬学部第3問

3 次の問いに答えなさい。

辺  $AB$  の長さが  $1$  の  $\triangle OAB$  について、 $\vec{OA} = \vec{a}$ 、 $\vec{OB} = \vec{b}$  で表す。  $n$  を自然数とする。 辺  $AB$  の中点を  $M$  とし、線分  $AM$  の中点を  $X_1$ 、線分  $AX_1$  の中点を  $X_2$ 、 $\dots$ 、線分  $AX_n$  の中点を  $X_{n+1}$ 、 $\dots$  とする。 また、 $\triangle OAX_1$  の重心を  $P_1$ 、 $\triangle OAX_2$  の重心を  $P_2$ 、 $\dots$ 、 $\triangle OAX_n$  の重心を  $P_n$ 、 $\dots$  とする。 同様に線分  $BM$  の中点を  $Y_1$ 、線分  $BY_1$  の中点を  $Y_2$ 、 $\dots$ 、線分  $BY_n$  の中点を  $Y_{n+1}$ 、 $\dots$  とし、 $\triangle OBY_1$  の重心を  $Q_1$ 、 $\triangle OBY_2$  の重心を  $Q_2$ 、 $\dots$ 、 $\triangle OBY_n$  の重心を  $Q_n$ 、 $\dots$  とする。

- (1)  $\vec{OX_1}$  と  $\vec{P_1Q_1}$  を  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  を用いて表すと、 $\vec{OX_1} = \boxed{\text{I}}$ 、 $\vec{P_1Q_1} = \boxed{\text{J}}$  である。
- (2) 線分  $AX_n$  の長さを  $n$  を用いて表すと、 $AX_n = \boxed{\text{K}}$  である。
- (3)  $\vec{P_nQ_n}$  は  $n$ 、 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  を用いてどのように表されるかを求めなさい。
- (4) 線分  $P_nQ_n$  の長さに関する不等式

$$0.666666 < P_nQ_n$$

を満たす最小の自然数  $n$  は  $\boxed{\text{L}}$  である。ただし、 $\log_2 10 = 3.3219$  とする。