0001916543808999

大阪薬科大学

2013年 薬学部 第3問

1枚目/2枚

数理 石井K

3 次の問いに答えなさい.

xy 座標平面上に3点 $P(-\sqrt{3},\ 0)$, $Q(0,\ 3)$, $R(\sqrt{3},\ 0)$ がある. 3点P, Q, Rを通る放物線を C とし, また同じ3点P, Q, Rを通る円を D とする.

(1) C の方程式を $y=f(x)$ とするとき, $f(x)=$ $\boxed{}$ である.

(2) D は, 中心の座標が $\boxed{}$, 半径が $\boxed{}$ である.

(3) D の内部で $y \geqq f(x)$ を満たす部分の面積は $\boxed{}$ である.

(4) C の接線 ℓ が D の接線でもあるとき, ℓ の方程式を求めなさい.

(5) C を y 軸方向に p だけ平行移動した曲線が D と共通点をもつとき, p は $\boxed{}$ の範囲にある.

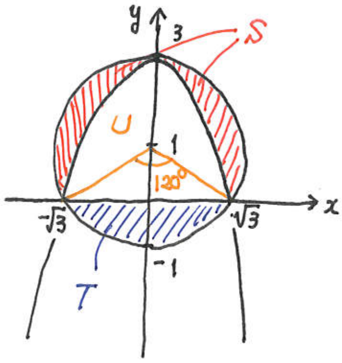
(1) C は x 軸と P, R で交わるので $f(x)=a(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$ とおける.

また, Qを通るので, $3=-3a$ $\therefore a=-1$ $\therefore \underline{f(x)=-x^2+3}$ //

(2) 線分PQの垂直二等分線は, $y=-\frac{1}{\sqrt{3}}\left(x+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\frac{3}{2}$ $\therefore y=-\frac{1}{\sqrt{3}}x+1$

線分PRの 〃 $x=0$ より, それらの交点 $\underline{(0,\ 1)}$ が円の中心 //

$(0,1)$ と $(0,3)$ のキョリが円の半径であり $\underline{2}$ //



(3) 求める面積を S, D の内部で $y \leqq 0$ の部分の面積を T

C と x 軸で囲まれる部分の面積を U とおくと.

$T=\pi\cdot 2^2\times\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2\cdot\sin 120^\circ$

$=\frac{4}{3}\pi-\sqrt{3}$

$U=2\int_0^{\sqrt{3}} -x^2+3\,dx$

$=2\left[-\frac{x^3}{3}+3x\right]_0^{\sqrt{3}}$

$=4\sqrt{3}$

$\therefore S=\pi\cdot 2^2-U-T$

$=\underline{\frac{8}{3}\pi-3\sqrt{3}}$ //

0001916543808999

大阪薬科大学

2013年 薬学部 第3問　2枚目／2枚

数理 石井K

3　次の問いに答えなさい．

xy 座標平面上に3点 P$(-\sqrt{3},\ 0)$，Q$(0,\ 3)$，R$(\sqrt{3},\ 0)$ がある．3点 P，Q，R を通る放物線を C とし，また同じ3点 P，Q，R を通る円を D とする．

(1) C の方程式を $y = f(x)$ とするとき，$f(x) = \boxed{}$ である．

(2) D は，中心の座標が $\boxed{}$，半径が $\boxed{}$ である．

(3) D の内部で $y \geqq f(x)$ を満たす部分の面積は $\boxed{}$ である．

(4) C の接線 ℓ が D の接線でもあるとき，ℓ の方程式を求めなさい．

(5) C を y 軸方向に p だけ平行移動した曲線が D と共通点をもつとき，p は $\boxed{}$ の範囲にある．

(4). C と ℓ の接点を $(t, -t^2+3)$ とおくと．$f'(x) = -2x$ より

$\ell: y = -2t(x-t) + (-t^2+3)$　　$\therefore \ell: y = -2tx + t^2 + 3$

∴ 点と直線のキョリ公式より．円の中心 $(0,1)$ と ℓ のキョリが半径になれば

よいので，

$\dfrac{|1-t^2-3|}{\sqrt{4t^2+1}} = 2$　　$\therefore 2\sqrt{4t^2+1} = t^2+2$

両辺 正なので 2乗して．$4(4t^2+1) = t^4+4t^2+4$

$\therefore t^2(t^2-12) = 0$　　$\therefore t = 0, \pm 2\sqrt{3}$

このとき．ℓ は．$y = 3,\ \ y = \pm 4\sqrt{3}x + 15$ //

(5) 平行移動した曲線は．$y = -x^2 + 3 + p$

$\therefore D: x^2 + (y-1)^2 = 4$ に代入して，

$-y + 3 + p + (y-1)^2 - 4 = 0$

$\therefore y^2 - 3y + p = 0$

$D_y = (-3)^2 - 4p \geqq 0$　　$\therefore 4p \leqq 9$

$\therefore p \leqq \dfrac{9}{4}$

また，C の y 切片 $3+p$ は $-1 \leqq 3+p$ をみたす必要があるので，$-4 \leqq p \leqq \dfrac{9}{4}$ //