

2011年薬学部第3問

 数理
石井K

3 次の問いに答えなさい。

1から6までのどの目も同様に確からしく出るサイコロA, B, Cがある。Aを振って出た目を x , Bを振って出た目を y , Cを振って出た目を z とする。

- (1) 積 xyz が奇数である確率は $\frac{1}{8}$ である。
 (2) $(x-y)(y-z)=0$ となる確率は $\frac{11}{36}$ である。
 (3) 空間のベクトル $\vec{a}=(x, y, z)$ に対して、 \vec{a} と $\vec{p}=(2, -1, 0)$ が垂直である確率は $\frac{1}{12}$, \vec{a} と $\vec{q}=(1, 2, 3)$ が平行である確率は $\frac{1}{108}$ である。
 (4) $\log_3 x + \log_3 y + \log_3 z$ が整数となる確率を求めなさい。

$$(1) xyz \text{ が奇数} \Leftrightarrow x, y, z \text{ すべて奇数} \quad \therefore \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} //$$

$$(2) (x-y)(y-z)=0 \Leftrightarrow x=y \text{ または } y=z$$

$$x=y \text{ となる確率は } \frac{1}{6} \text{ 同様に } y=z \text{ となる確率は } \frac{1}{6}$$

$$x=y=z \text{ となる確率は } \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$$

$$\therefore \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{36} = \frac{11}{36} //$$

$$(3) \vec{a} \perp \vec{p} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{p} = 0 \quad \therefore 2x - y = 0$$

$$\therefore (x, y) = (1, 2), (2, 4), (3, 6) \quad \therefore \frac{3}{6^2} = \frac{1}{12} //$$

$$\vec{a} \parallel \vec{q} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{q} \text{ となる実数 } k \text{ が存在する.}$$

$$\therefore (x, y, z) = k(1, 2, 3) \quad \therefore (x, y, z) = (1, 2, 3), (2, 4, 6)$$

$$(4) \log_3 x + \log_3 y + \log_3 z = \log_3 xyz \quad \therefore \frac{2}{6^3} = \frac{1}{108} //$$

$$\therefore xyz = 1, 3, 3^2, 3^3, 3^4 \quad (\because 1 \leq xyz \leq 6^3)$$

$$\therefore (x, y, z) = (1, 1, 1), (1, 1, 3), (3, 1, 1), (1, 3, 1), (1, 3, 3), (3, 1, 3), (3, 3, 1), (3, 3, 3) \quad (xyz = 3^4 \text{ となることはなかった})$$

$$\therefore \frac{8}{6^3} = \frac{1}{27} //$$