大阪薬科大学

2016年 薬学部 第2問　1枚目/2枚

2 次の問いに答えなさい．

2つの関数 $f(x)=x^2+3$ と $g(x)=4x^2-8|x|$ を考える．xy 座標平面において，$y=f(x)$ のグラフを C_1 とし，$y=g(x)$ のグラフを C_2 とする．また，C_1 上の点 $(2,\ f(2))$ における接線を ℓ とする．

(1) ℓ の y 切片を求めよ．

(2) ℓ と C_2 の共有点の個数を求めよ．

(3) C_1 と C_2 の共有点のうち，第1象限にある点の座標を求めよ．

(4) C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積を求めよ．

(5) xy 座標平面上の関数 $y=4x^2-8|x|+ax+1$ のグラフと x 軸との共有点が4個になるように，定数 a の値の範囲を定めよ．

(1) $f'(x)=2x$ より，$\ell: y=4(x-2)+7$

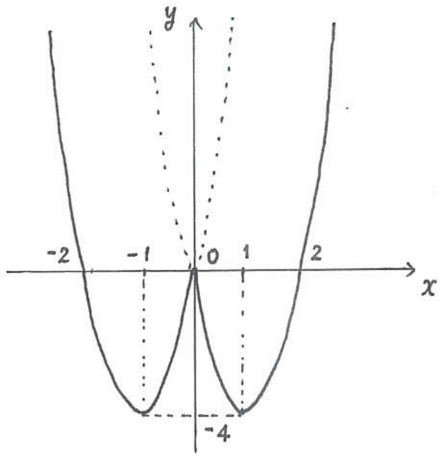
$\therefore \ell: y=4x-1$　　$\therefore$ y 切片は，$\underline{-1}$ //

(2) (i) $x \geqq 0$ のとき

$g(x)=4x^2-8x$
$=4(x-1)^2-4$

(ii) $x<0$ のとき

$g(x)=4x^2+8x$
$=4(x+1)^2-4$



よって，$y=g(x)$ のグラフは右のようになる．

ℓ と $y=4x^2-8x$ の共有点の個数は（ただし x 座標が0以上のもの）

$4x^2-8x-(4x-1)=0 \iff 4x^2-12x+1=0$

$\iff x=\dfrac{3\pm2\sqrt{2}}{2}$

これはどちらも0以上なので，共有点は2個．

同様に，ℓ と $y=4x^2+8x$ の共有点は（ただし x 座標が負のもの）

$4x^2+8x-(4x-1)=0 \iff 4x^2+4x+1=0$

$\iff (2x+1)^2=0$

$\iff x=-\dfrac{1}{2}$

これは負であるから，共有点1個．

あわせて，ℓ と C_2 の共有点は $\underline{3個}$ //

大阪薬科大学

2016 年 薬学部 第 2 問　　2枚目/2枚

数理 石#K

2 次の問いに答えなさい.

2 つの関数 $f(x)=x^2+3$ と $g(x)=4x^2-8|x|$ を考える. xy 座標平面において, $y=f(x)$ のグラフを C_1 とし, $y=g(x)$ のグラフを C_2 とする. また, C_1 上の点 $(2,\ f(2))$ における接線を ℓ とする.

(1) ℓ の y 切片を求めよ.

(2) ℓ と C_2 の共有点の個数を求めよ.

(3) C_1 と C_2 の共有点のうち, 第 1 象限にある点の座標を求めよ.

(4) C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積を求めよ.

(5) xy 座標平面上の関数 $y=4x^2-8|x|+ax+1$ のグラフと x 軸との共有点が 4 個になるように, 定数 a の値の範囲を定めよ.

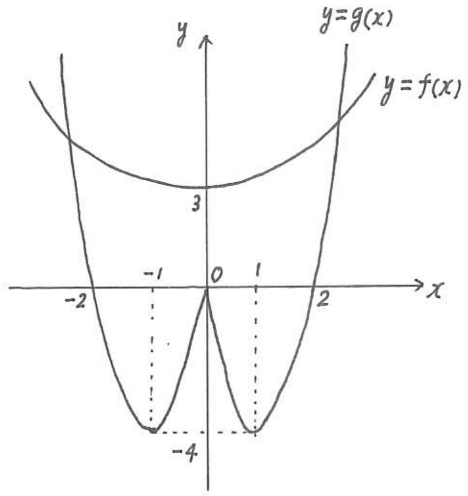
(3) $4x^2-8x-(x^2+3)=0$ を解くと

$3x^2-8x-3=0$

$(3x+1)(x-3)=0$

$x>0$ より, $x=3$

$f(3)=12$ 　$\therefore \underline{(3,12)}$ //



(4) $S=2\int_0^3 x^2+3-(4x^2-8x)\,dx$

$=2\left[-x^3+4x^2+3x\right]_0^3$

$=2(-27+36+9)$

$=\underline{36}$ //

(5) $y=4x^2-8|x|+ax+1$ と x 軸の共有点が4個 $\iff$ $y=g(x)$ と $y=-ax-1$ の共有点が4個

$y=-ax-1$ は定点 $(0,-1)$ を通る.

また, $y=g(x)$ と接するのは (2) より

$a=\pm4$ のとき

よって, 右図より, $\underline{-4<a<4}$ //